

СВЯЗАННЫЕ С НЕСФЕРИЧНОСТЬЮ МОЛЕКУЛ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ПЕРЕНОСА В СЛОЖНЫХ ЖИДКОСТЯХ

А.А. Абдурасулов¹, Д.А. Анварзода²

¹Физико-технический институт имени С.У. Умарова НАНТ

²Таджикский технический университет имени академика М.С. Осими

На основе полученных ранее замкнутых систем уравнения обобщённой гидродинамики для жидких систем, состоящих из жёстких молекул произвольной формы, исследованы динамические процессы переноса массы, импульса и момента импульса в простых и сложных асимметричных жидкостях. Выявлено, что учёт вращательных степеней свободы и ориентации несферических молекул в пространстве способствуют появления дополнительных коэффициентов переноса и модулей упругости в сложных жидких системах. Определены аналитические выражения, проведены численные расчёты и анализированы свойства некоторых из этих связанных с несферичностью молекул дополнительных параметров переноса в разных типах жидкостей. Показано, что характер зависимости общих и дополнительных параметров переноса от изменения термодинамических параметров состояния и частоты внешнего возмущения качественно одинаковые.

Ключевые слова: молекулярно-статистическая теория, асимметричные жидкости, явления переноса и релаксации, диффузия, вязкость, модули упругости.

БУЗУРГИҶОИ ИЛОВАГИИ ИНТИҚОЛИИ БА ҒАЙРИСФЕРӢ БУДАНИ МОЛЕКУЛАҶО АЛОҚАМАНД ДАР МОЕӢҶОИ МУРАККАБ

А.А. Абдурасулов, Д.А. Анварзода

Бо истифода аз системаҳои сарбастаи муодилаҳои гидродинамики умумикардасудаи пештар барои моеҷҳои молекулаҳои сохти шакли дилхоҳдошта падидаҳои интиқоли динамикии масса, импульс ва моменти импульс дар моеҷҳои содда ва мураккабу асимметрии тадқиқ карда шудааст. Нишон дода шудааст, ки назардошти дарараҷаҳои озоди чархиш ва тамоили молекулаҳои ғайрисферӣ дар фазо боиси ҳосилшавии коэффисиентҳои иловагии интиқол ва модулиҳои чандирии ба онҳо мувофиқ дар моеҷҳои мураккаб мегарданд. Барои бузургиҳои иловагии интиқол ифодаҳои аналитикӣ ёфта шуда ҳисобкунҳои адабии баъзе аз ин бузургиҳо барои моеҷҳои гуногун ҳисоб карда шудаанд. Муқаррар карда шудааст, ки табиати вобастагии бузургиҳои умумӣ ва иловагии интиқолаз тағйирёбии параметрҳои ҳолати термодинамики ва басомади ошубҳои беруна сифатан як хел мебошанд.

Калидвожаҳо: Назарияи молекулавӣ-статистикӣ, моеҷҳои асимметрии, падидаҳои интиқол ва релаксатсия, диффузия, ҷаспакӣ, модулиҳои чандирий.

ADDITIONAL TRANSPORT PARAMETERS IN COMPLEX LIQUIDS RELATED TO THE NONSPHERICALITY OF MOLECULES

A.A. Abdurasulov, D.A. Anvarzoda

Based on the previously obtained closed systems of the equation of generalized hydrodynamics for liquid systems consisting of rigid molecules of arbitrary shape, the dynamic processes of mass and momentum transfer in simple and complex asymmetric liquids are investigated. It is revealed that the account of rotational degrees of freedom and the orientation of non-spherical molecules in space contribute to the appearance of additional transfer coefficients and elasticity modules in complex liquid systems. Analytical expressions have been determined, numerical calculations have been performed, and the properties of some of these additional transport parameters related to the non-sphericity of molecules in different types of liquids have been analyzed. It is shown that the dependence of the general and additional transport parameters on changes in the thermodynamic state parameters and the frequency of external disturbance is qualitatively the same.

Keywords: molecular-statistical theory, asymmetric liquids, transport and relaxation phenomena, diffusion, viscosity, elasticity modules.

Введение

Для теоретического описания неравновесных свойств жидкостей и газов, в том числе явлений переноса в них, можно исходить из известных законов сохранения массы, импульса и энергии [1]. Если, в уравнениях законов сохранения для потоков массы, импульса и энергии использовать известные выражения Фика, Ньютона и Фурье:

$$\vec{j}_n(\vec{x}, t) = -D \frac{\partial n(\vec{x}, t)}{\partial \vec{x}}, \quad \sigma^{\alpha\beta}(\vec{x}, t) = -\eta \frac{\partial u^{\alpha}(\vec{x}, t)}{\partial x^{\beta}} \quad \text{и} \quad \vec{S}_e(\vec{x}, t) = -\lambda \frac{\partial T(\vec{x}, t)}{\partial \vec{x}}, \quad (1)$$

получим замкнутую систему уравнения обычной гидродинамики, где значения коэффициенты переноса (D , η , λ), остаются не определёнными и механизмы происходящих в жидкостях внутренних релаксационных процессов невыясненными.

При использовании уравнения обобщённой гидродинамики [2-4], которые формулируются на основе строгих методов молекулярно-статистической теории жидкостей, соотношение между потоками и градиентами остаются такими же, как в (1), но коэффициенты переноса при этом будут определяться, как функции молекулярных и термодинамических параметров состояния жидкости, а также частоты внешнего возмущения [5]. Определённые таким образом, зависящие от частоты коэффициентов

переноса мы называли динамическими. При этом, согласно реологии жидкостей [2-4], каждому динамическому коэффициенту переноса соответствует определённый динамический модуль упругости. В частности, динамическому коэффициенту диффузии $D(v)$ соответствует динамический модуль диффузионной упругости $\mu^D(v)$, а обобщённый динамический коэффициент диффузии определяется как:

$$D(iv) = D(v) - i \frac{\mu^D(v)}{v}.$$

Здесь, v – частота динамического процесса.

В зависимости от характера термодинамических сил стимулирующие процессы переноса, даже в простых жидкостях, состоящих из сферических молекул, количество коэффициентов переноса могут быть значительно больше, чем три вышеуказанные. Например, перенос массы может быть обусловлен: градиентом плотности (самодиффузия), градиентом температуры (термодиффузия), градиентом давления (барродиффузия) и т.д. Однако, все эти коэффициенты переноса массы в простых индивидуальных жидкостях, обусловлены поступательными движениями сферических молекул и координатными градиентами неоднородностей динамических параметров жидкости. Мы называли эти коэффициенты переноса общими (обычными).

Когда молекулы жидкости являются сложными и несферическими, они кроме поступательных степеней свободы обладают вращательными и другими степенями свободы. Кроме того, для определения положения несферических молекул в пространстве возникает необходимость использования и угловых координат. Следовательно, в сложных жидкостях могут появляться, связанные с учётом других степеней свободы молекул и угловых градиентов дополнительные параметры переноса.

Целью настоящей работы является определение связанных с вращательными степенями свободы и угловыми градиентами плотности, импульса и момента импульса молекул дополнительных коэффициентов переноса в жидких системах, с жёсткими молекулами произвольной формы.

Физическая модель и аналитические результаты

В работах [6-8] метод неравновесного статистического оператора [9], была обобщена для описания явлений переноса и релаксации в сложных жидких системах, состоящих из жёстких молекул произвольной формы.

Была рассмотрена жидкая система, состоящая из N одинаковых жёстких молекул произвольной формы с массами m и моментом инерции I . Для описания состояния таких несферических молекул в фазовом пространстве, была использована набор декартовых $(x; y; z)$ и угловых $(\theta; \psi; \varphi)$ координат (углы Эйлера), а также соответствующие им компоненты импульса $\{p_{xi}; p_{yi}; p_{zi}\}$ и собственного момента импульса молекул $\{M_{xi}; M_{yi}; M_{zi}\}$. Полагался, что такие жёсткие молекулы обладают поступательными и вращательными степенями свободы свойства, которых можно описать законами классической физики. Микроскопическая модель жидкости задавался Гамильтонианом:

$$H(\vec{x}_i, \vec{\theta}_i, \vec{p}_i, \vec{M}_i) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\vec{p}_i^2}{2m} + \frac{\vec{M}_i^\alpha \vec{M}_i^\beta}{2I_{\alpha\beta}} + \sum_{i \neq j=1}^N \Phi_{ij}(\vec{x}_{ij}, \vec{\theta}_i, \vec{\theta}_j) \right), \quad (2)$$

где: $\Phi_{ij}(\vec{x}_{ij}, \vec{\theta}_i, \vec{\theta}_j)$ – парный, но несферический потенциал взаимодействия молекул жидкости; $\vec{p}_i^\alpha = p_i^\alpha - m u^\alpha(\vec{x}, t)$ и $\vec{M}_i^\alpha = M_i^\alpha - I_{\alpha\beta} \omega^\beta(\vec{x}, t)$ – импульс и момент импульса молекул в сопровождающий жидкость системе координат; $u^\alpha(\vec{x}, t)$ и $\omega^\beta(\vec{x}, t)$ – скоростей поступательного и вращательного движения макроскопического элемента жидкости. Уравнения движения молекул в фазовом пространстве были представлены уравнениями движения в Гамильтоновой форме: $\dot{\vec{x}}_i = \frac{\partial H}{\partial \vec{p}_i}$, $\dot{\vec{p}}_i = -\frac{\partial H}{\partial \vec{x}_i} = \sum_{j \neq i=1}^N \vec{F}_{ij}$;

$$\dot{\vec{\theta}}_i = \hat{A} \frac{\partial H}{\partial \vec{M}_i}, \quad \dot{\vec{M}}_i = -\hat{B} \frac{\partial H}{\partial \vec{\theta}_i} = \sum_{j \neq i=1}^N \vec{N}_{ij}; \quad \text{и } \vec{F}_{ij} = -\vec{F}_{ji}; \quad \vec{N}_{ij} = -\vec{N}_{ji} - [\vec{x}_{ij} \vec{F}_{ij}].$$

Неравновесное состояние жидкой системы определялся набором как сохраняющихся $\hat{P}_m$, так и несохраняющихся динамических величин $\hat{J}_m^\alpha$ (в основном потоки переноса сохраняющихся величин $\hat{P}_m$) локальные плотности, которых определялись как:

$$\begin{cases} \hat{P}_m(\vec{x}, \vec{\theta}) \\ \hat{J}_m^\alpha(\vec{x}, \vec{\theta}) \end{cases} = \sum_i \begin{cases} P_{mi} \\ J_{mi}^\alpha \end{cases} \delta(\vec{x} - \vec{x}_i) \delta(\vec{\theta} - \vec{\theta}_i), \quad (3)$$

где, P_{mi}, J_{mi} – микроскопические выражения соответствующих динамических величин.

В литературе [9] уравнения изменения $\hat{P}_m$ по времени, записаны в виде обобщённых законов сохранения типа $\frac{\partial \hat{P}_m}{\partial t} = -\frac{\partial \hat{J}_m^\alpha}{\partial x^\alpha} + \hat{I}_m$, где $\hat{J}_m^\alpha$ - плотность потока переноса $\hat{P}_m$, а $\hat{I}_m$ - внутренний источник изменения $\hat{P}_m$. Если, $\hat{P}_m$ сохраняющиеся динамическая величина, $\hat{I}_m \equiv 0$. В [9] в качестве динамических величин характеризующих неравновесное состояние жидкости использованы только сохраняющиеся динамические величины.

В наших работах [3-5], с целью обобщения метода НФР [9] для описания динамических процессов переноса в сложных асимметричных жидкостях число динамических величин, характеризующих неравновесное состояние жидкой системы, были значительно увеличены. В качестве характеристики неравновесного состояния жидкости был использован набор

сохраняющихся $\hat{P}_m(\vec{x}, \vec{\theta})$		несохраняющихся динамических величин $\hat{J}_{m,t,r}(\vec{x}, \vec{\theta})$.						
$\hat{H}$	$\hat{n}$	$\hat{J}_t^\alpha$	$\hat{J}_r^\alpha$	$\hat{P}_t^{\alpha\beta}$	$\hat{P}_r^{\alpha\beta}$	$\hat{P}_{tr}^{\alpha\beta}$	$\hat{S}_t^\gamma$	$\hat{S}_r^\gamma$
а также соответствующие этим динамическим величинам неизвестные макроскопические множители $F_m(\vec{x}, t)$								
β	$\nu = \beta\mu$	d_t^α	d_r^α	$\xi_t^{\alpha\beta}$	$\xi_r^{\alpha\beta}$	$\xi_{tr}^{\alpha\beta}$	q_t^α	q_r^α

Здесь: $\hat{H}$ и $\hat{n}$ динамические плотности энергии и число частиц; $\hat{J}_t^\alpha$, $\hat{J}_r^\alpha$, $\hat{P}_t^{\alpha\beta}$, $\hat{P}_r^{\alpha\beta}$, $\hat{P}_{tr}^{\alpha\beta}$ и $\hat{S}_t^\gamma$, $\hat{S}_r^\gamma$ - потоки массы, импульса, момента импульса и энергии, обусловленные трансляционными (t) и вращательными (r) степенями свободы молекул и их взаимодействиями (tr); $F_m(\vec{x}, t)$ - неизвестные макроскопические множители, значения которых определялись исходя из условия $\langle \hat{P}_m(\vec{x}, \vec{\theta}) \rangle_f = \langle \hat{P}_m(\vec{x}, \vec{\theta}) \rangle_L$.

Наши исследования показали, что для уравнений баланса всех несохраняющихся динамических величин (динамических потоков) источник $\hat{I}_m$ имеет релаксационный характер. С учётом этого уравнения изменения сохраняющихся и несохраняющихся динамических величин были записаны отдельно в виде:

$$\frac{\partial \hat{P}_m(\vec{x}, \vec{\theta})}{\partial t} + \vec{\nabla}_{\vec{x}, \vec{\theta}} \hat{J}_{m,t,r}(\vec{x}, \vec{\theta}) = 0, \quad (4.a)$$

$$\frac{\partial \hat{J}_{m,t,r}(\vec{x}, \vec{\theta})}{\partial t} = \hat{A}_{m,t,r}(\vec{x}, \vec{\theta}) + \hat{I}_{m,t,r}(\vec{x}, \vec{\theta}). \quad (4.6)$$

где: $\hat{A}_{m,t,r} = -M_{t,r,tr} \vec{\nabla}_{\vec{x}, \vec{\theta}} \hat{P}_m(\vec{x}, \vec{\theta})$ и $\hat{I}_{m,t,r}(\vec{x}, \vec{\theta}) = -\frac{\hat{J}_{m,t,r}(\vec{x}, \vec{\theta})}{\tau_{m,t,r,tr}}, \quad (5)$

- гидродинамические и релаксационные источники изменения несохраняющихся динамических величин $\hat{J}_{m,t,r}(\vec{x}, \vec{\theta})$; $\vec{\nabla}_{\vec{x}, \vec{\theta}} \hat{J}_{m,t,r}(\vec{x}, \vec{\theta}) = \vec{\nabla}_{\vec{x}} \hat{J}_{m,t} + \vec{\nabla}_{\vec{\theta}} \hat{J}_{m,r}$, а $\vec{\nabla}_{\vec{x}} = \frac{\partial}{\partial \vec{x}}$, $\vec{\nabla}_{\vec{\theta}} = \frac{\partial(a^{\alpha\beta})}{\partial \theta^\beta}$, - пространственные и угловые градиенты; $\hat{J}_{m,t}$ и $\hat{J}_{m,r}$ - потоки переноса $\hat{P}_m(\vec{x}, \vec{\theta})$ - обусловленные трансляционными (t) и вращательными (r) степенями свободы молекул; $M_{t,r,tr}$ - соответствующие модули упругости, а $\tau_{m,t,r,tr}$ - характерные времена релаксации, происходящих в жидкости внутренних термических релаксационных процессов.

Запись обобщённых законов сохранения динамических величин, характеризующих неравновесное состояние жидкой системы в виде (4)-(5) имеют ряд удобства. Например, при стационарных процессах, где $\frac{\partial \hat{J}_{m,t,r}(\vec{x}, \vec{\theta})}{\partial t} = 0$, для соответствующих потоков из (4.6) получим выражение:

$$\hat{J}_{m,t,r} = -\tau_{m,t,r,tr} M_{t,r,tr} \vec{\nabla}_{\vec{x}, \vec{\theta}} \hat{P}_m, \quad (6)$$

- которое подтверждает, что $M_{t,r,tr}$ - являются обобщёнными модулями упругости, а $\tau_{m,t,r,tr} M_{t,r,tr}$ - обобщёнными коэффициентами переноса. Подставляя (6) в (4a) получим известный закон диффузионного переноса сохраняющиеся динамической величины $\hat{P}_m(\vec{x}, \vec{\theta})$ в рамках обычной гидродинамики.

Если, записывать общего решения (4.6) с учётом (5) в Фурье-образах в виде $\hat{J}_{mt,r}(v) = -\frac{\tau_{mt,r,lr}M_{t,r,lr}}{1+iv\tau_{mt,r,lr}}\vec{\nabla}_{\vec{x},\vec{\theta}}\hat{P}_m(v)$, подставляя, которого в (4.а) получим уравнения переноса сохраняющихся динамических величин $\hat{P}_m(v)$ в виде:

$$(1 + iv\tau_{mt,r,lr})\frac{\partial \hat{P}_m(v)}{\partial t} = \tau_{mt,r,lr}M_{t,r,lr}\left(\vec{\nabla}_{\vec{x},\vec{\theta}}\right)^2 \hat{P}_m(v). \quad (7)$$

Согласно (7) при низкочастотных процессах (когда $v\tau_{mt,r,lr} \rightarrow 0$) динамический процесс переноса величины $\hat{P}_m(v)$ характеризуется обобщёнными коэффициентами переноса $D_{t,r,lr} = \tau_{mt,r,lr}M_{t,r,lr}$, механизм переноса является диффузионным, а уравнение переноса дифференциальным уравнением второго порядка в частных производных параболического типа. При высокочастотных динамических процессах ($v\tau_{mt,r,lr} \rightarrow \infty$) динамический процесс переноса величины $\hat{P}_m(v)$ характеризуется обобщённым модулем упругости $M_{t,r,lr}$, механизм переноса становится волновым, а уравнение переноса дифференциальным уравнением второго порядка в частных производных гиперболического типа [10]. Следовательно, в данном подходе диффузионно-волновые механизмы переноса содержатся в исходных выражениях.

В рамках этой схемы, для НФР молекул жидкости было получено компактное обобщённое выражение:

$$f(t) = f_L \left\{ 1 - \phi^t - \sum_m \iint d\vec{x}d\vec{\theta} \int_{-\infty}^0 e^{\varepsilon t_1} (F_{mt,r,lr}(\vec{x}, t + t_1) \tilde{I}_{mt,r,lr}(\vec{x}, \vec{\theta}, t_1)) dt_1 \right\}, \quad (8)$$

где через релаксационные источники $\tilde{I}_{mt,r,lr}$ учитывались вклады релаксации потоков в динамические коэффициенты переноса. Здесь:

$$f_L = f_0 \left[1 - \phi - d_t^\alpha(\vec{x}, t) \tilde{J}_t^\alpha(t) - d_r^\alpha(\vec{x}, t) \tilde{J}_r^\alpha(t) - \xi_t^{\alpha\beta}(\vec{x}, t) \tilde{P}_t^{\alpha\beta}(t) - \xi_{tr}^{\alpha\beta}(\vec{x}, t) \tilde{P}_{tr}^{\alpha\beta}(t) - \xi_r^{\alpha\beta}(\vec{x}, t) \tilde{P}_r^{\alpha\beta}(t) - q_t^\alpha(\vec{x}, t) \tilde{S}_t^\alpha(t) - q_r^\alpha(\vec{x}, t) \tilde{S}_r^\alpha(t) \right] \quad (9)$$

- локально-равновесная функция распределения молекул, а f_0 – функция большого канонического распределения Гиббса. Параметры ϕ и ϕ^t учитывают вклады локально-равновесных и неравновесных флуктуации сохраняющихся динамических величин ($\hat{n}(\vec{x}, \vec{\theta})$ и $\hat{H}(\vec{x}, \vec{\theta})$) в динамические процессы переноса, и выражения которых приведены в [8].

В нашей модели имеются две сохраняющиеся динамические величины - $\hat{H}$ и $\hat{n}$. В рассматриваемом нами модель жидкости импульс молекул не сохраняется, сохраняется полный момент импульса молекул. В рамках данной работе динамические процессы переноса энергии (тепла) и термоупругие свойства жидкостей не рассматриваются. Поэтому рассмотрим только динамические процессы переноса массы, импульса и момента импульса в жидких системах с произвольными формами молекул.

Согласно определения (3) динамическая плотность число частиц определяется выражением:

$$\hat{n}(\vec{x}, \vec{\theta}) = \sum_i^N \delta(\vec{x} - \vec{x}_i) \delta(\vec{\theta} - \vec{\theta}_i), \quad (10)$$

Дифференцируя (10) по времени и усредняя результат по статистическому ансамблю (8) для закона сохранения, число частиц (массы) получим уравнение

$$\frac{\partial n(\vec{x}, \vec{\theta}, t)}{\partial t} + \frac{\partial (J_t^\alpha(\vec{x}, \vec{\theta}, t) + u^\alpha(\vec{x}, t) n(\vec{x}, \vec{\theta}, t))}{\partial x^\alpha} + \frac{\partial (a^{\alpha\beta}(J_r^\alpha(\vec{x}, \vec{\theta}, t) + \omega^\beta(\vec{x}, t) n(\vec{x}, \vec{\theta}, t)))}{\partial \theta^\alpha} = 0, \quad (11)$$

$$\text{где } J_t^\alpha(\vec{x}, \vec{\theta}, t) = \langle \sum_{i=1}^N \frac{\vec{p}_i^\alpha}{m} \delta(\vec{x} - \vec{x}_i) \delta(\vec{\theta} - \vec{\theta}_i) \rangle_L; J_r^\alpha(\vec{x}, \vec{\theta}, t) = \langle \sum_{i=1}^N \frac{\vec{M}_i^\beta}{I_{\alpha\beta}} \delta(\vec{x} - \vec{x}_i) \delta(\vec{\theta} - \vec{\theta}_i) \rangle_L, \quad (12)$$

- значении вектора потоков число частиц (массы), обусловленные поступательными (t) и вращательными (r) степенями свободы несферических молекул.

В таком виде система уравнения (11), (12) являются не замкнутыми, входящие в них потоки J_t^α и J_r^α не выражены через n . Чтобы определить значения потоков J_t^α и J_r^α в любой момент времени, необходимо знать закономерность их изменения по времени. Дифференцируя (12) по времени, получим уравнения временной эволюции этих потоков, но они также будут незамкнутыми. В них будут входить потоки переноса импульса и момента импульса $P_t^{\alpha\beta} = -\sigma_t^{\alpha\beta} + \delta^{\alpha\beta} P_t$, $P_r^{\alpha\beta} = -\sigma_r^{\alpha\beta} + \delta^{\alpha\beta} P_r$, $P_{tr}^{\alpha\beta} = -\sigma_{tr}^{\alpha\beta}$, где:

$$P_t^{\alpha\beta}(\vec{x}, \vec{\theta}, t) = \left\langle \sum_{i=1}^N \left(\frac{\vec{p}_i^\alpha \vec{p}_i^\beta}{m} + \frac{1}{2} \sum_{i \neq j}^N F_{ij}^\alpha x_{ij}^\beta \right) \delta(\vec{x}_i - \vec{x}) \delta(\vec{\theta}_i - \vec{\theta}) \right\rangle_L;$$

$$P_r^{\alpha\beta}(\vec{x}, \vec{\theta}, t) = \langle \sum_{i=1}^N \left(\frac{\vec{M}_i^{\alpha} \vec{M}_i^{\beta}}{I_{\beta\gamma}} + \frac{1}{2} \sum_{i \neq j}^N N_{ij}^{1\alpha} b_i^{\beta\gamma} \theta_{ij}^{\gamma} \right) \delta(\vec{x}_i - \vec{x}) \delta(\vec{\theta}_i - \vec{\theta}) \rangle_L; \quad (13)$$

$$P_{tr}^{\alpha\beta}(\vec{x}, \vec{\theta}, t) = \langle \sum_{i=1}^N \frac{\vec{P}_i^{\alpha} \vec{M}_i^{\beta}}{I_{\beta\gamma}} \delta(\vec{x}_i - \vec{x}) \delta(\vec{\theta}_i - \vec{\theta}) \rangle_L;$$

В уравнениях для тензоров $P^{\alpha\beta}$ будут входить тензора переноса более высокого порядка. Обрывая цепочку на тензорах переноса третьего ранга выразив их через тензоры первого ранга [11] получим замкнутую систему уравнения обобщённой гидродинамики для динамического процесса переноса массы, импульса и момента импульса жидкости. Значения входящих в (8) и (9) неизвестные макроскопические величины, были определены из условия $\langle \hat{J}_{mt,r}(\vec{x}, \vec{\theta}) \rangle_f = \langle \hat{J}_{mt,r}(\vec{x}, \vec{\theta}) \rangle_L$, и в рамках вышеизложенной схеме, в приближении независимости потоков были получены относительно простые выражения:

$$d_t^{\beta}(\vec{x}, t) = \frac{-J_t^{\alpha}(\vec{x}, \vec{\theta}, t)}{\langle J_t^{\alpha}(\vec{x}, \vec{\theta}) \bar{J}_t^{\beta}(t) \rangle_0}; \quad d_r^{\beta}(\vec{x}, t) = \frac{-J_r^{\alpha}(\vec{x}, \vec{\theta}, t)}{\langle J_r^{\alpha}(\vec{x}, \vec{\theta}) \bar{J}_r^{\beta}(t) \rangle_0}; \quad q_t^{\beta}(\vec{x}, t) = \frac{-S_t^{\alpha}(\vec{x}, \vec{\theta}, t)}{\langle \hat{S}_t^{\alpha}(\vec{x}, \vec{\theta}) \bar{S}_t^{\beta}(t) \rangle_0}; \quad q_r^{\beta}(\vec{x}, t) = \frac{-S_r^{\alpha}(\vec{x}, \vec{\theta}, t)}{\langle \hat{S}_r^{\alpha}(\vec{x}, \vec{\theta}) \bar{S}_r^{\beta}(t) \rangle_0};$$

$$\xi_t^{\gamma\sigma}(\vec{x}, t) = \frac{\sigma_t^{\alpha\beta}(\vec{x}, \vec{\theta}, t)}{\langle \bar{P}_t^{\alpha\beta}(\vec{x}, \vec{\theta}) \bar{P}_t^{\gamma\sigma}(t) \rangle_0}; \quad \xi_r^{\gamma\sigma}(\vec{x}, t) = \frac{\sigma_r^{\alpha\beta}(\vec{x}, \vec{\theta}, t)}{\langle \bar{P}_r^{\alpha\beta}(\vec{x}, \vec{\theta}) \bar{P}_r^{\gamma\sigma}(t) \rangle_0}; \quad \xi_{tr}^{\gamma\sigma}(\vec{x}, t) = \frac{\sigma_{tr}^{\alpha\beta}(\vec{x}, \vec{\theta}, t)}{\langle \bar{P}_{tr}^{\alpha\beta}(\vec{x}, \vec{\theta}) \bar{P}_{tr}^{\gamma\sigma}(t) \rangle_0}.$$

В линейном приближении по отклонениям термодинамических параметров состояния жидкости от их равновесного значения и пренебрежении влияния диффузионных, термоупругих и вязкоупругих свойств жидкостей друг на друга, полученные системы уравнения обобщённой гидродинамики становились замкнутыми и принимали простой и компактный вид [7,8]

$$(1 + iv\tau_t)J_t^{\alpha} + \sqrt{\frac{I}{m}} \frac{\tau_t}{\tau_{tr}} J_r^{\alpha} = \tau_t A_t^{\alpha}; \quad J_r^{\alpha}(1 + iv\tau_r) + \sqrt{\frac{m}{I}} \frac{\tau_r}{\tau_{tr}} J_t^{\alpha} = \tau_r A_r^{\alpha};$$

$$\sigma_t^{\alpha\beta}(1 + iv\tau_{tt}) + \frac{1}{2} \frac{\tau_{tt}}{\tau_{tr}} \sqrt{\frac{I}{m}} \sigma_{tr}^{\alpha\beta} = \tau_{tt} A_t^{\alpha\beta}; \quad \sigma_r^{\alpha\beta}(1 + iv\tau_{rr}) + \frac{1}{2} \frac{\tau_{rr}}{\tau_{tr}} \sqrt{\frac{I}{m}} \sigma_{tr}^{\alpha\beta} = \tau_{rr} A_r^{\alpha\beta} \quad (14)$$

$$\sigma_{tr}^{\alpha\beta}(1 + iv\tau_{tr}) + \frac{3}{10} \sqrt{\frac{m}{I}} \frac{\tau_{tr}}{\tau_{tr}} (\sigma_t^{\mu\nu} + \sigma_r^{\mu\nu}) = 0.$$

где:

$$A_t^{\alpha} = -n \frac{du^{\alpha}}{dt} - \mu_t^D \frac{\partial n}{\partial x^{\alpha}} - \mu_t^{TD} \frac{\partial T}{\partial x^{\alpha}}; \quad A_r^{\alpha} = -n \frac{d\omega^{\alpha}}{dt} - \mu_r^D \frac{\partial}{\partial \theta^{\gamma}} (a^{\alpha\gamma} n) - \mu_r^{TD} \frac{\partial}{\partial \theta^{\gamma}} (a^{\alpha\gamma} T);$$

$$A_t^{\alpha\beta} = -\mu_t^t s \left\{ \frac{\partial u^{\alpha}}{\partial x^{\beta}} \right\} - \mu_t^t v \delta^{\alpha\beta} \left\{ \frac{\partial u^{\gamma}}{\partial x^{\gamma}} \right\} - \mu_{bv}^t \delta^{\alpha\beta} \frac{\partial (a^{\gamma\rho} \omega^{\rho})}{\partial \theta^{\gamma}} - \mu_{bs}^t \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} (rot \vec{u})^{\gamma}$$

$$A_r^{\alpha\beta} = -\mu_r^r s \left\{ \frac{\partial u^{\alpha}}{\partial x^{\beta}} \right\} - \mu_r^r v \delta^{\alpha\beta} \left\{ \frac{\partial u^{\gamma}}{\partial x^{\gamma}} \right\} - \mu_{rv}^r \delta^{\alpha\beta} \frac{\partial (a^{\gamma\rho} \omega^{\rho})}{\partial \theta^{\gamma}} - \mu_{rs}^r \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} (rot \vec{u})^{\gamma}, \quad (15)$$

- соответствующие гидродинамические источники; а

$$M_t^D = \frac{1}{m} \left(\frac{\partial P_t}{\partial n} \right)_T; \quad M_t^{TD} = \frac{1}{m} \left(\frac{\partial P_t}{\partial T} \right)_n; \quad M_r^D = \frac{1}{I} \left(\frac{\partial P_r}{\partial n} \right)_T; \quad M_r^{TD} = \frac{1}{I} \left(\frac{\partial P_r}{\partial T} \right)_n$$

$$\mu_{ts}^t = \left[P_t - \frac{P_t}{c_v} \left(\frac{\partial P_t}{\partial T} \right)_n \right]; \quad \mu_{tv}^t = \left[\frac{5}{2} P_t - n \left(\frac{\partial P_t}{\partial n} \right)_T - \frac{(e+P_t)}{c_v} \left(\frac{\partial P_t}{\partial T} \right)_n \right];$$

$$\mu_{ts}^r = \frac{1}{2} \frac{P_t}{c_v} \left(\frac{\partial P_t}{\partial T} \right)_n \quad \mu_{rv}^r = \left[P_t - n \left(\frac{\partial P_t}{\partial n} \right)_T - \frac{e}{c_v} \left(\frac{\partial P_t}{\partial T} \right)_n \right] \quad (16)$$

$$\mu_{ts}^r = \frac{P_t}{c_v} \left(\frac{\partial P_r}{\partial T} \right)_n; \quad \mu_{tv}^r = \left[P_r - n \left(\frac{\partial P_r}{\partial n} \right)_T - \frac{(e+P_t)}{c_v} \left(\frac{\partial P_r}{\partial T} \right)_n \right]$$

$$\mu_{rs}^r = \frac{1}{2} \frac{P_t}{c_v} \left(\frac{\partial P_r}{\partial T} \right)_n; \quad \mu_{rv}^r = \left[P_r - n \left(\frac{\partial P_r}{\partial n} \right)_T + \frac{e}{c_v} \left(\frac{\partial P_r}{\partial T} \right)_n \right]$$

- соответствующие модули упругости;

$$\tau_t = \frac{m}{\beta_t} = \frac{3mk_6 T}{\int_0^t dt' \langle F(0)F(t') \rangle_0}; \quad \tau_r = \frac{m}{\beta_r} = \frac{3Ik_6 T}{\int_0^t dt' \langle N(0)N(t') \rangle_0}; \quad \tau_{tr} = \frac{\sqrt{Im}}{\beta_{tr}} = \frac{3\sqrt{mIk_6 T}}{\int_0^t dt' \langle F(0)N(t') \rangle_0}; \quad \tau_{tr} = \frac{4\tau_t \tau_r}{\tau_t + \tau_r} \quad (17)$$

- характерные времена релаксации, и $\tau_{tt} = \frac{5}{3} \tau_t$, $\tau_{rr} = \frac{5}{3} \tau_r$; $\vec{F} = -\frac{\partial \Phi_{ij}(\vec{x}_{ij}, \vec{\theta}_{ij})}{\partial \vec{x}_{ij}}$ и $\vec{N} = -\frac{\partial \Phi_{ij}(\vec{x}_{ij}, \vec{\theta}_{ij})}{\partial \vec{\theta}_{ij}}$ - действующие на молекулы силы и момент сил;

$$e(T, n) = \langle \hat{H}(\vec{x}, \vec{\theta}) \rangle_o = 3nk_B T + \frac{n^2}{2} \int \Phi_{ij}(x_{ij}) g_o(x_{ij}, \theta_{ij}) d\vec{x}_{ij}$$

$$\left\{ \frac{P_t(T, n)}{P_r(T, n)} \right\} = \frac{1}{3} \left\{ \langle \hat{P}_t^{\alpha\alpha}(\vec{x}, \vec{\theta}) \rangle_o \right\} = nk_B T - \frac{n^2}{6} \int \left\{ \frac{\frac{\partial \Phi_{ij}(x_{ij}, \theta_{ij})}{\partial x_{ij}} x_{ij}}{\bar{B} \frac{\partial \Phi_{ij}(x_{ij}, \theta_{ij})}{\partial \theta_{ij}} \theta_{ij}} \right\} g_o(x_{ij}, \theta_{ij}) d\vec{x}_{ij} d\vec{\theta}_{ij}, \quad (18)$$

- значения плотности внутренней энергии и давления жидкости, фактически калорические и термические уравнения состояния жидкости.

Так как исследование динамических процессов переноса тепла и термоупругие свойства жидкостей не предусматриваются, в системах уравнений обобщённой гидродинамики (14) уравнения для компонент вектора потоков переноса энергии (тепла) $\vec{S}(\vec{x}, \vec{\theta}, t)$ не приведены.

Система уравнения (14) вместе с выражениями (15)-(18), представляют замкнутую систему уравнения обобщённой гидродинамики, позволяющую исследовать динамические процессы переноса массы, импульса и момент импульса в жидких системах с произвольными формами молекул. Здесь, задача исследования динамических процессов переноса фактически сведена к задаче выбора потенциала парного взаимодействия $\Phi_{ij}(x_{ij}, \theta_{ij})$ и равновесной радиальной функции распределения молекул $g_o(x_{ij}, \theta_{ij})$ для исследуемого класса жидкостей.

Системы уравнения обобщённой гидродинамики (14) являются относительно простыми системами алгебраических уравнений первого порядка для компонент векторов потока переноса массы (j^α , первые два уравнения) и для компонент тензоров переноса импульса и момента импульса ($\sigma^{\alpha\beta}$, три последние уравнения), обусловленные поступательными (t), вращательными (r) степенями свободы молекул, а также их взаимодействиями (tr). Системы уравнения (14) можно легко решать алгебраическими методами, можно не решая упростить и использовать их для исследования динамических процессов переноса в конкретных жидких системах.

В частности, для жидких систем, где обмен энергия между одинаковыми степенями свободы молекул происходит быстрее, чем обмен энергия между различными степенями свободы, (т.е. где выполняется условия $\frac{\tau_t}{\tau_{tr}}, \frac{\tau_r}{\tau_{tr}} \ll 1$), системы уравнения (14) значительно упрощаются и принимают вид:

$$J_t^\alpha = \frac{\tau_t A_t^\alpha}{(1 + i\nu\tau_t)}; \quad J_r^\alpha = \frac{\tau_r A_r^\alpha}{(1 + i\nu\tau_r)}; \quad (19)$$

$$\sigma_t^{\alpha\beta} = \frac{\tau_{tt} A_t^{\alpha\beta}}{(1 + i\nu\tau_{tt})}; \quad \sigma_r^{\alpha\beta} = \frac{\tau_{rr} A_r^{\alpha\beta}}{(1 + i\nu\tau_{rr})}; \quad \sigma_{tr}^{\alpha\beta} = 0. \quad (20)$$

Видно, что в этом простом случае переносы массы и импульса трансляционными потоками в пространстве координат и вращательными потоками в пространстве углов происходят независимо друг от друга.

Полагаем, что первые выражения (19) и (20) в которых определяющий роль играют только трансляционные релаксационные процессы, позволяют описать процессы переноса в простых жидкостях, состоящих из гладких сферических молекул. Вторые выражения (16) и (17) в которых определяющий роль играют только вращательные релаксационные процессы, могут описать ориентационные процессы переноса в жидкостях, состоящих из стержнеобразных молекул (простые модели нематических жидких кристаллов (НЖК)).

Даже в этом относительно простом случае согласно выражений (19), (20) и (15) жидкие системы с произвольными формами молекул имеют 6 различных значений обобщённых коэффициентов диффузии и 8 значения обобщённых коэффициентов вязкости. Процессы переноса сопровождаются трансляционными и вращательными релаксационными процессами с характерными временами релаксации τ_t и τ_r . Очевидно, что входящие во - вторые выражения (19), (20) коэффициенты переноса и модули упругости являются дополнительными – связанными с вращательными степенями свободы и угловыми градиентами параметров переноса жидкостей. Кроме того и в первых выражениях (19), (20) могут входить связанные с угловыми градиентами коэффициенты переноса (см. выражение (15) для $A_t^{\alpha\beta}$).

Далее с целью сокращения объема и упрощении анализа результатов рассмотрим только вязкоупругие параметры переноса жидкостей. Тогда, согласно выражения (15) и (20) простые жидкости, состоящие из сферических молекул имеют только две - сдвиговое ($\eta_{s\,tt}$) и объёмное ($\eta_{v\,tt}$) коэффициенты вязкости и соответствующие им две динамических модулей упругости ($\mu_{t\,s}^t$ и $\mu_{t\,v}^t$):

$$\eta_{s\,tt}(v) = \frac{\mu_{t\,s}^t \tau_{tt}}{1 + (v\tau_{tt})^2}; \quad \eta_{v\,tt}(v) = \frac{\mu_{t\,v}^t \tau_{tt}}{1 + (v\tau_{tt})^2}; \quad \mu_{t\,s}^t(v) = \frac{\mu_{t\,s}^t (v\tau_{tt})^2}{1 + (v\tau_{tt})^2}; \quad \mu_{t\,v}^t(v) = \frac{\mu_{t\,v}^t (v\tau_{tt})^2}{1 + (v\tau_{tt})^2}. \quad (21)$$

В этом же приближение согласно выражения (15) и (20) жидкие системы, состоящие из стержнеобразных молекул имеют четыре связанные с вращательными степенями свободы и угловыми градиентами ориентационных динамических коэффициентов вязкости и соответствующие им четыре динамических модули упругости:

$$\eta_{11}(v) = \frac{\tau_{rr} K_{11}}{1 + (v\tau_{rr})^2}, \quad \eta_{22}(v) = \frac{\tau_{rr} K_{22}}{1 + (v\tau_{rr})^2}, \quad \eta_{33}(v) = \frac{\tau_{rr} K_{33}}{1 + (v\tau_{rr})^2}, \quad \eta_{r\,v}^r(v) = \frac{\tau_{rr} K_V^r}{1 + (v\tau_{rr})^2}, \quad (22a)$$

$$K_{11}(v) = \frac{(v\tau_{rr})^2 K_{11}}{1 + (v\tau_{rr})^2}, \quad K_{22}(v) = \frac{(v\tau_{rr})^2 K_{22}}{1 + (v\tau_{rr})^2}, \quad K(v) = \frac{(v\tau_{rr})^2 K_{33}}{1 + (v\tau_{rr})^2}, \quad K_V^r(v) = \frac{(v\tau_{rr})^2 K_V^r}{1 + (v\tau_{rr})^2}. \quad (22b)$$

Выражения (22) являются связанные с несферичностью молекул дополнительные вязкоупругие коэффициенты жидкостей, состоящих из стержнеобразных молекул. В литературе ориентационные модули упругости K_{jj} характеризуются как ориентационные модули упругости НЖК при деформациях типа поперечного сгиба K_{11} (splay), кручения K_{22} (torsion) и продольного изгиба K_{33} (bend). Выражения для этих модулей упругости приведены в (16) и адаптированные их для описания ориентационных упругих свойств НЖК в [13].

Согласно (22), при низкочастотных ($v\tau_{tt} \rightarrow 0$) динамических процессах ориентационные вязкоупругие свойства НЖК характеризуется низкочастотными значениями обобщённых коэффициентов вязкости $\eta_{mm}(0) = \tau_{rr} K_{mm}$, $K_{mm}(0) = 0$, а при высокочастотных динамических процессах высокочастотными значениями ориентационных модулей упругости $K_{mm}(\infty) = K_{mm}$, $\eta_{mm}(\infty) = 0$; $m = 1, 2, 3$.

Следует отметить, что при рассмотрении явлений переноса в жидкостях с стержнеобразными молекулами кроме выражения (22) необходимо учесть вклады трансляционного движения центров инерции несферических молекул, т.е. выражения типа (21) с зависящими от углов параметрами. Таким образом, согласно полученных нами результатов число коэффициентов вязкости жидкостей, состоящие из стержнеобразных молекул равняется 6. Согласно литературным данным [12] минимальное число коэффициентов вязкости в НЖК 5.

Из выражения (21) и (22) видно, что характер зависимости динамических параметров переноса простых жидкостей со сферическими молекулами согласно выражения (21) и связанных с несферичностью молекул дополнительных вязкоупругих коэффициентов сложных жидкостей выражения (22) от частоты, одинаковы. Для обеих случаев закономерность частотной дисперсии динамических параметров переноса относятся к термическим релаксационным процессам с одним характерным временем релаксации. По результатам наших численных расчётов идентичны и характер зависимости как обычных, так и связанных с несферичностью молекул (обусловленные вращательными степенями свободы и угловыми градиентами) дополнительных вязкоупругих параметров сложных жидкостей от температуры, плотности для всех рассмотренных нами типов жидкостей.

Численные расчёты и обсуждения результатов

Ниже, в качестве иллюстрации приведем результаты численных расчётов зависимостей параметров переноса простых жидкостей и связанных с учётом вращательных степеней свободы и угловых ориентации сложных молекул дополнительных вязкоупругих параметров некоторых сложных жидкостей. Заметим, что при расчётах из-за жёсткости рассматриваемых молекул, на расстояниях $r \leq 1$ ($r = \frac{x_{ij}}{\sigma}$ – безразмерное взаимное расстояние между молекулами, σ -эффективный диаметр

взаимодействующих молекул) были использованы потенциалы межмолекулярного взаимодействия типа столкновения упругих шаров, а на расстояниях $r > 1$ более мягкие потенциалы. В частности: для простых жидкостей состоящих из гладких сферических молекул, в качестве мягкого потенциала была использована потенциал Леннарда-Джонса, а для НЖК потенциалы Майера-Заупе и Макмиллана.

Нами были проведены исследования динамических вязкоупругих свойств и многоатомных жидкостей [14,15]. Для этого, системы уравнения (14) были упрощены с учётом условия $\frac{\tau_t}{\tau_{tr}}, \frac{\tau_r}{\tau_{tr}} \gg 1$. В выражениях коэффициентов переноса многоатомных жидкостей в этом случае определяющую роль играли перекрёстные релаксационные процессы с характерным временем релаксации τ_{tr} . Численные расчёты для неполярных многоатомных жидкостей были проведены на основе потенциала межмолекулярного взаимодействия Адхамова – Часовских [16], а для полярных многоатомных жидкостей потенциалом Штокмайера. Результаты показывали хорошие соответствие с результатами теоретических [17] и экспериментальных [18] исследований. Здесь, в этой работе аналитические результаты этих работ не приведены, но некоторые численные результаты приведены для сравнения.

Ниже, для сопоставления и анализа приведены результаты численных расчётов характерных времён релаксации (рис.1), модулей упругости и коэффициентов вязкости для простых и многоатомных жидкостей (рис.2) и ориентационные модули упругости и коэффициенты вязкости для НЖК (рис. 3).

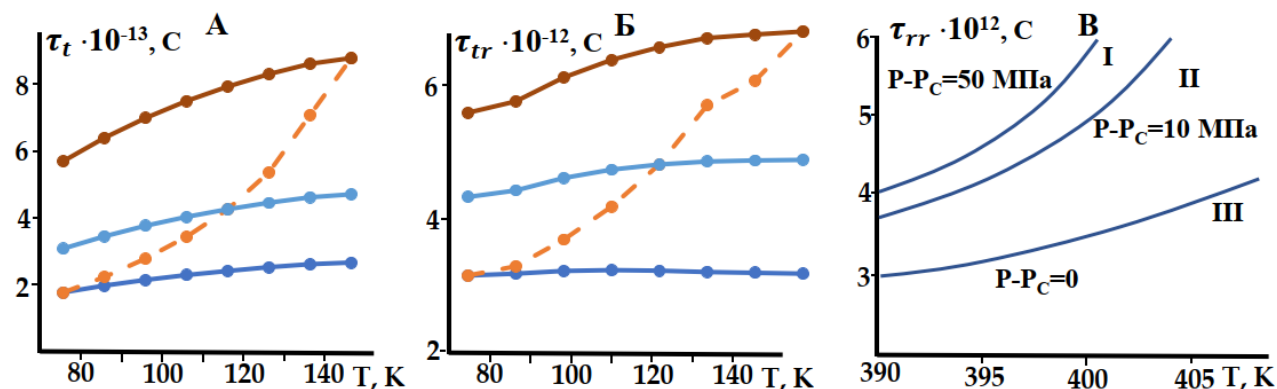


Рисунок 1 – Температурная зависимость характерных времён: а) трансляционной релаксации для жидкого аргона при трёх значениях плотности (сплошные линии), и при фиксированном значении давления (пунктирная линия); б) перекрёстной релаксации для жидкого азота при трёх значениях плотности (сплошные линии) и при постоянном значении давления (пунктирная линия); в) вращательной релаксации для ПАА при трёх значениях давления.

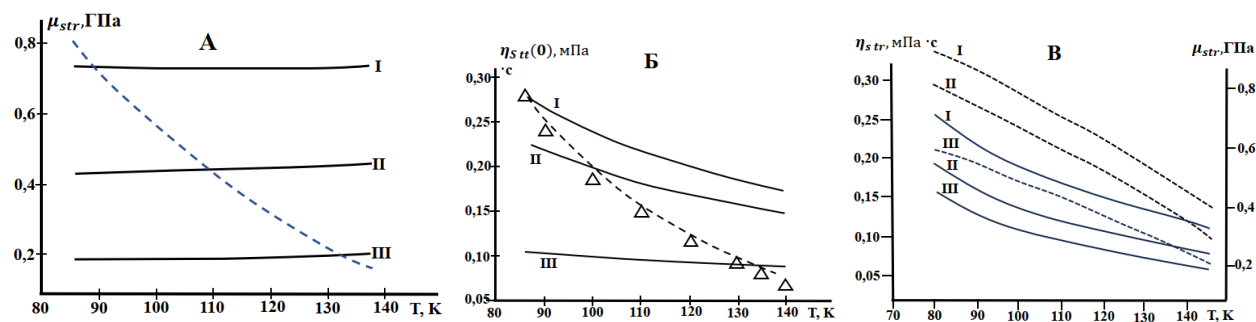


Рисунок 2 – Температурная зависимость: изохорных значений сдвиговых вязкоупругих параметров жидкого аргона (сплошные линии) и их изобарных значений (пунктирные линии) (а и б); и в) сдвигового модуля упругости (пунктирные линии) и сдвигового коэффициента вязкости жидкого азота (сплошные линии). Δ -экспериментальные точки

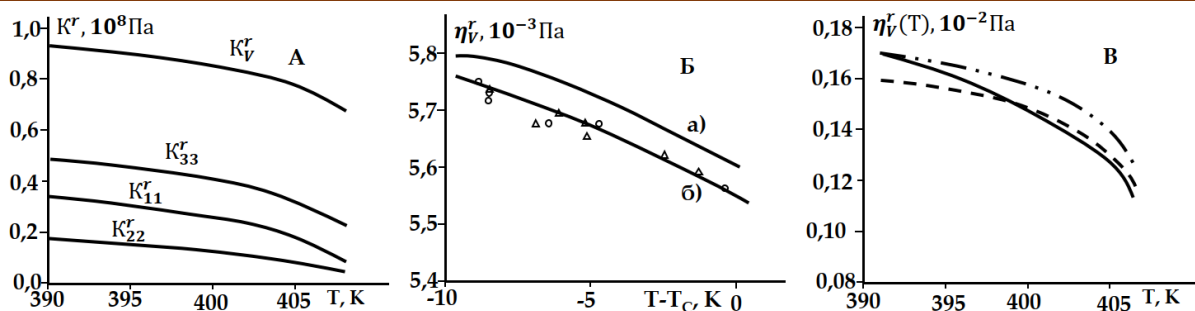


Рисунок 3 – Температурная зависимость дополнительных (ориентационных) параметров переноса ПАА (n - азоксианизола) от температуры. □♦-экспериментальные точки

Увеличение значения характерных времён релаксации с ростом значения температуры говорит о термической природе этих времён релаксации. Более существенные зависимости изобарных значений параметров переноса от температуры (пунктирные кривые) чем их изохорные значения на рисунках 1 и 2, указывают на определяющую роль взаимодействия молекул в формировании характера зависимости параметров переноса от термодинамических параметров состояния (механизм Бачинского). Одинаковый характер зависимости модулей упругости и коэффициентов вязкости на рисунках 2 и 3 связана с определяющую роль структуры в определении характера зависимости параметров переноса от изменении параметров состояния. Учёт релаксационных процессов изменяет только качество этого характера, например, из выпуклых кривых $\mu_{s\ tr}(T)$ делает вогнутые кривые $\eta_{s\ tr}(T)$ (рис.2в).

Из представленных на рис.3 результатов видно, что характер зависимости дополнительных, связанных с вращательными степенями свободы и ориентации молекул вязкоупругих параметров НЖК от температуры такие же, как характеры температурной зависимости общих вязкоупругих параметров простых и многоатомных жидкостей.

Мы, здесь, в качестве примера рассмотрели только отдельные параметры переноса простых и многоатомных жидкостей, а также НЖК с учётом дополнительных вкладов только вращательных степеней свободы и ориентации молекул. Видимо такие закономерности связей имеют место при учёте вкладов любых других степеней свободы и пространственных конформации молекул.

Заключение

- учёт несферичности молекул (вращательные степени свободы, ориентации молекул) стимулируют появления дополнительных параметров переноса в сложных жидких системах;
- характер общих и дополнительных параметров переноса от изменения термодинамических параметров состояния и частоты внешнего возмущения одинаковы для различных типов жидкостей;
- предложенный модель и статистическая теория жидких систем состоящих из одинаковых жёских молекул произвольной формы правильно описывает характер динамических процессов переноса в простых и сложных жидких системах.

Рецензент: Ақдодов Д.М. – д.ф.-м.н., зав.кафедрой общей физики ТПДЖКского национального университета.

Литература

1. Биккин, Х.М. Неравновесная термодинамика и физическая кинетика / Х.М. Биккин, И.И. Ляпилин. – Екатеринбург. – УрО РАН. – 2009. – 500с.
2. Одинаев, С. Молекулярная теория структурной релаксации и явлений переноса в жидкостях. / С. Одинаев С., А.А. Адхамов А.А. - Душанбе. – Дониш – 1998. - 230с.
3. Гуриков, Ю.Н. Обобщенная гидродинамика. Ван дер Ваальсовой жидкости. / Ю.Н. Гуриков // Жур. ТМФ. -1976. -28, №2. - С. 250 - 261.
4. Cohen, E.G. Generalized hydrodynamics and Eigenmodes for a dense hard sphere Fluid. / E.G. Cohen, B. Kamgar-parsi, T.M. Scrapper. // Phys. Lett. – 1986. – A114, №5. - PP. 241 - 266.
5. Михайлов, И.Г. Основы молекулярной акустики / И.Г. Михайлов, В.А. Соловьев, Ю.П. Сырников. - М.: - Наука. - 1964. - 514 с.

6. Абдурасулов, А.А. О неравновесной статистической функции распределения асимметричных жидкостей /А.А. Абдурасулов. //Доклады Академии наук Республики Таджикистан. –1998. – Т. XLI, №3–4. – С.36–41.

7. Абдурасулов А.А. Статистическое описание динамических вязкоупругих свойств жидкостей с произвольными формами молекул. 1. Жидкие системы со сферическими молекулами/ [Текст] / С. Одинаев, А.А. Абдурасулов, Д.А. Абдурасулов. //Материалы VIII Международной конференции «Современные проблемы физики». 21–22 октября 2022г.- ФТИ имени С.У. Умарова. - Душанбе, – С. 22–27, С. 30-35.

8. Абдурасулов, А.А. Статистическая теория релаксационных явлений и динамических процессов переноса в жидкостях с произвольными формами молекул. / А.А. Абдурасулов. // Автореферат дис. док. физ.-мат. наук, защищен в дис. совете при Таджикском национальном университете 14 октября 2025 года, г. Душанбе. 48 с.

9. Зубарев, Д.Н. Неравновесная статистическая термодинамика. / Д.Н. Зубарев. - М.: - Наука. – 1972. - 280 с.

10. Абдурасулов, А.А. О диффузионно – волновых механизмах переноса массы в асимметричных жидкостях./ А.А. Абдурасулов. // Материалы. 14 межд. теплофизической конференции «Теплофизические исследования и возобновляемая энергетика» 9-10 декабря ТТУ им. акад. М.С. Осими Душанбе-Тамбов 2024г. С. 139-143.

11. Грэд, Г. О кинетической теории разреженных газов. / Г. Грэд. / В сб. Зарубежных. научных переводов. Механика. – 1952. - №4. – С. 71-97.

12. Беляев, В.В. Вязкость нематических жидких кристаллов. /В.В. Беляев. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002, 224 с.

13. Одинаев, С. Молекулярно-статистическое исследование ориентационных упругих свойств нематических жидких кристаллов / С. Одинаев, Д. А. Абдурасулов, А. А. Абдурасулов // Доклады Национальной академии наук Таджикистана. – 2022. – Т. 65, № 3-4. – С. 210-219. – EDN VBEYEU.

14. Абдурасулов, А.А. К статистической теории динамических вязкоупругих свойств многоатомных жидкостей. /А.А. Абдурасулов, Н.Б. Шоайдаров, Д.А. Абдурасулов Д.А // Материалы VIII Международной конференции «Современные проблемы физики», 21–22 октября 2022г.- ФТИ имени С.У. Умарова. - Душанбе, - С.134–139

15. Шоайдаров, Н.Б. Молекулярно-статистическое исследование динамических вязкоупругих свойств одноатомных и многоатомных жидкостей. / Н.Б.Шоайдаров. /Автореферат канд. дисс. защищена в дисс. совете ВАК РФ при Таджикском национальном университете, 7 марта 2023 года, в г. Душанбе. - 25с.

16. Адхамов, А.А. Модель межмолекулярного взаимодействия для аксиально симметричных молекул. / А.А. Адхамов, В.П. Часовских, А.Н. Нуруллаев. //Док. АН Тадж. ССР. – 1981. – Т.24, №2. – С. 103 - 106.

17. Дударь, Б.Г., Михайленко С.А. Поглощение звука, объемная вязкость и времена релаксации в жидких азоте и кислороде. / Б.Г. Дударь, А.А. Михайленко // Акустический журнал. – 1976. – Т.22, вып.4. - С. 517 - 525

18. Брук-Левинсон, Э.Т., Немцов В.Б. Дополнительные коэффициенты вязкости асимметричной среды. /Э.Т. Брук-Левинсон, В.Б. Немцов. // УФЖ. 1971. – Т. 16, № 9. – С. 1530 - 1536.

МАЪЛУМОТ ДАР БОРАИ МУАЛЛИФОН-СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ- INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

TJ	RU	EN
Абдурасулов Анвар Абдурасулович	Абдурасулов Анвар Абдурасулович	Abdurasulov Anvar Abdurasulovich
д.и.ф.-м., сарходими илмӣ	д.ф.-м.н., главный научный сотрудник	Doctor of Physico-Mathematica Sciences Chief Scientific Officer
Институти физикаю техникаи ба номи С.У. Умарови АМИТ	Физико-технический институт имени С.У. Умарова НАНТ	S.U. Umarov Physical-Technical Institute of the NAST
E-mail: anvarttu@gmail.com		
TJ	RU	EN
Анварзода Далер Анвар н.и.т., декан	Анварзода Далер Анвар к.т.н., декан	Anvarzoda Daler Anvar candidate of technical sciences, dean
Донишгоҳи техникии Тоҷикистон ба номи академик М.С. Осимӣ	Таджикский технический университет имени академика М.С. Осими	Tajik Technical University named after Academician M.S. Osimi
E-mail: dalera949@gmail.com		